

**Задание № 1.** На рисунке представлен фрагмент карты Европы. Постройте граф, соответствующий приведённой карте Европы, в котором вершины будут соответствовать странам, причем вершины будут смежны тогда и только тогда, когда у соответствующих им стран есть общая граница. Найдите хроматическое число этого графа: раскрасьте вершины построенного графа в минимальное число цветов так, чтобы цвета смежных вершин были разными.



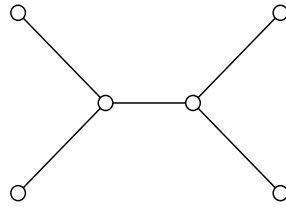
**Задание № 2.** Найдите минимальную по числу вершин часть графа, построенного в задаче 1, которая имеет такое же хроматическое число, как и сам граф.

**Задание № 3.** Можно ли составить такую карту, чтобы на ней было пять стран, попарно соседствующих друг с другом? Ответ обоснуйте.

**Задание № 4.** На встрече  $n$  гостей обменялись рукопожатиями со своими знакомыми. Оказалось, что среди присутствующих у каждого гостя есть ровно два знакомых. Какое самое большое и какое самое малое число гостей на встрече могут быть попарно не знакомы друг с другом?

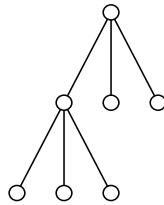
**Задание № 5.** Пять учеников на уроке физкультуры играли в настольный теннис. После урока выяснилось, что только два ученика сыграли одинаковое число игр, причем никто не играл друг с другом повторно, и каждый ученик сыграл хотя бы одну игру. Определите, сколько игр сыграл каждый ученик.

**Задание № 6.** На рисунке изображен граф, который состоит из 6 вершин и 5 ребер. Припишите каждой вершине и ребру метку – уникальное число 1, 2, 3, ..., 11, – так, чтобы метка каждого ребра равнялась разности меток его концевых вершин.



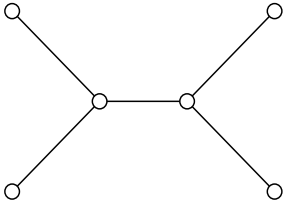
**Задание № 7.** Докажите, что в планарном графе с хроматическим числом  $X$  есть цепь длины  $X$ , состоящая из вершин всех цветов по одной.

**Задание № 8.** Тернарным называется корневое дерево, в котором вершина является или листом, или имеет в точности 3 потомка. На рисунке изображено тернарное дерево с 5 листьями:



Может ли тернарное дерево иметь 2016 листьев? Ответ обоснуйте.

**Ответы:**

<b>Задание № 1.</b>	
<b>Задание № 2.</b>	
<b>Задание № 3.</b>	
<b>Задание № 4.</b>	
<b>Задание № 5.</b>	
<b>Задание № 6.</b>	
<b>Задание № 7.</b>	
<b>Задание № 8.</b>	

**Желаем успеха!**